

Konstrukce konečného automatu III

Kateřina Bambuřková
BAM015, I206

Abstrakt

V tomto článku je popsán postup konstrukce deterministického konečného automatu nad abecedou $\{1, 2, 3\}$, který přijímá slova minimálně délky 3 a zároveň každé tři po sobě jdoucí znaky dávají ciferný součet minimálně 5. Automat je minimalizovaný a převedený do normovaného tvaru.

Úvod do Teoretické Informatiky (456-511 UTI)
FEI, VŠB-TU Ostrava, 2005

1. Úvod

Konečný automat je model systému, který může nabývat konečně mnoho vnitřních stavů. Tento stav se mění na základě vnějšího podnětu, kde je jednoznačně určeno, jaký vnitřní stav automatu bude následující. Automat se může nacházet ve dvou stavech: přijímací a nepřijímací.

Konečné automaty se zobrazují pomocí orientovaných grafů, kde vrcholy reprezentují jednotlivé vnitřní stavy a ohodnocené orientované hrany ukazují přechody mezi stavy.

Matematický zápis konečného automatu:

$$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \quad \text{kde:}$$

Q – množina stavů

Σ – vstupní abeceda

$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ – přechodová funkce

q_0 – počáteční stav

F – přijímací stavy

Jazyk rozpoznávaný konečným automatem je množina všech slov, které automat přijímá, to jsou ty slova, které způsobí, že automat dosáhne některého z přijímacích stavů.

2. Popis problému

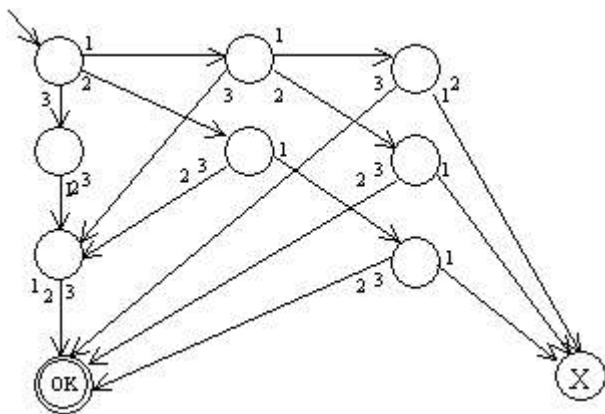
Náš konečný automat musí přijímat všechna slova nad abecedou $\{1, 2, 3\}$, která jsou dlouhá alespoň tři znaky a zároveň tři po sobě jdoucí znaky musí dát ciferný součet alespoň 5. Tento konečný automat má být deterministický tzn. že může mít pouze jednoznačné přechody, dále pak minimální a zapsán v normovaném tvaru.

3. Řešení problému

Slova nad abecedou $\{1, 2, 3\}$ délky 3 jsou:

111 x	211 x	311
112 x	212	312
113	213	313
121 x	221	321
122	222	322
123	223	323
131	231	331
132	232	332
133	233	333

Náš konečný automat může přijímat všechny kombinace znaků kromě: 111, 112, 121 a 211 které nedávají ciferný součet 5, z toho budeme vycházet a zkusíme navrhnout deterministický konečný automat, který bude přijímat tento jazyk (prozatím jen pro slova délky 3). Všechny ostatní budeme přesměrovávat do tzv. errorového nepřijímacího stavu označeného jako X.



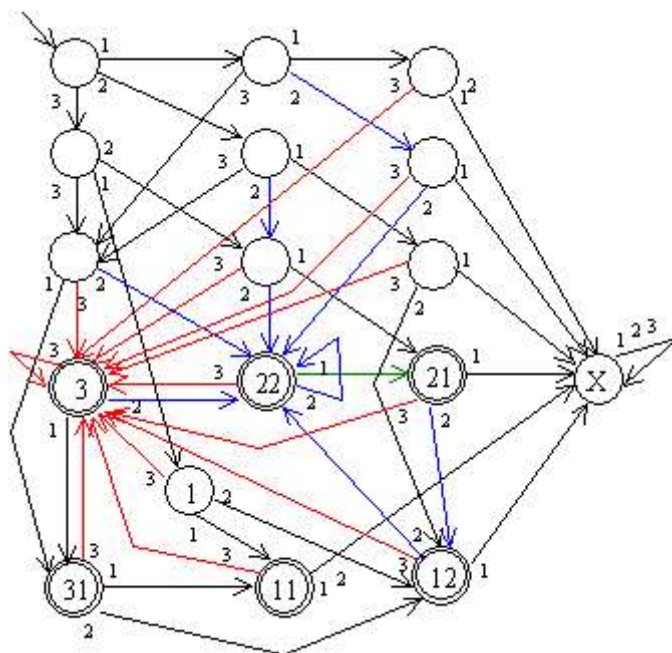
Zde máme navržen konečný deterministický automat, který přijímá všechny slova nad abecedou $\{1, 2, 3\}$ délky 3 a ciferným součtem minimálně 5.

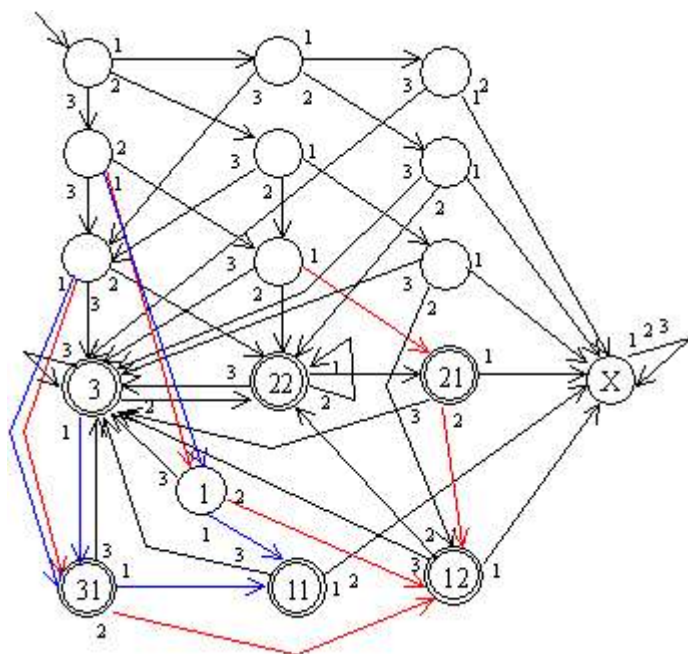
Nyní potřebujeme aby náš konečný automat dokázal přijímat i slova delší.

Je třeba rozlišit v jakých stavech se nacházel náš automat minimálně před dvěmi předchozími stavy, abychom mohli eliminovat výskyt kombinací 111, 112, 121 a 211. Pro snadnější určení předchozích stavů, budeme používat jiné přijímací stavy pro přechod 3, 2 nebo 1.

Pokaždé, když přecházíme z jednoho stavu do druhého znakem 3 přesuneme se do přijímacího stavu označeného 3 **obrázek červeně**. Jakákoliv kombinace 3 znaků trojky i s dvěmi jedničkami dá součet minimálně 5, což je slovo, které má být přijato a tedy přijímací stav.

Nyní zachytíme minimálně dvě dvojky za sebou **obrázek modře** přijímací stav 22. Když máme minimálně 2 dvojky za sebou může následovat 1 jednička **obrázek zeleně** přijímací stav 21.





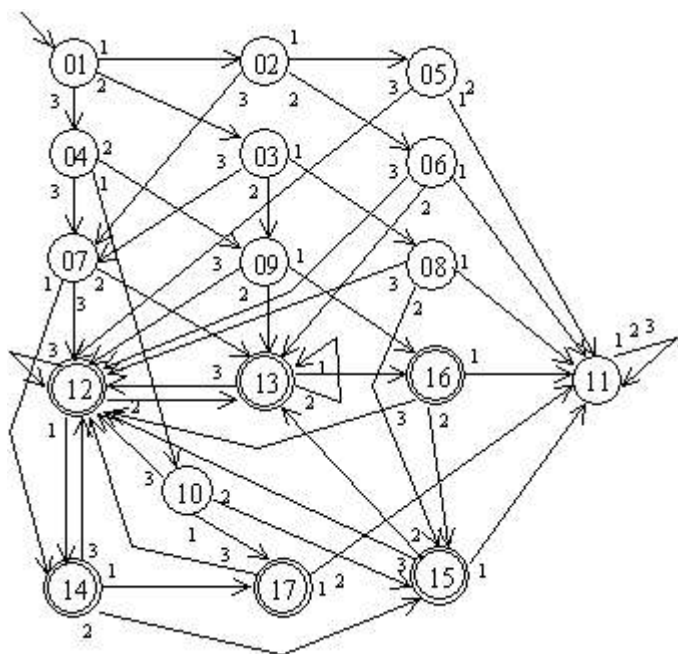
Další variantou je předchozí stav 1,2 po které může následovat pouze 2 nebo 3. Tuto situaci řeší přijímací stav 12 kdy jedničkou přecházíme do errorového nepřijímacího stavu a 2, 3 do přijímacích stavu 22 a 3 **obrázek červeně**.

Přijímací stav 11 řeší variantu, kdy předchozí stavy byly dvě jedničky. Po této kombinaci může následovat pouze přechod do stavu 3 **obrázek modře**, jedničkou a dvojkou opět přecházíme do errorového nepřijímacího stavu.

Nyní máme funkční deterministický konečný automat, který plní přesně stanovenou funkci pro příjem slov jazyka nad abecedou $\{1, 2, 3\}$ s podmínkou přijímání slov minimálně délky 3 a zároveň trojčíslného součtu minimálně 5.

Nyní je potřeba tento konečný automat převést do normovaného tvaru.

Automat je v normovaném tvaru, jestliže jeho stavy jsou očíslovány 1, 2, 3... v abecedním pořadí nejmenších slov, kterými tyto stavy lze dosáhnout.



1	112	223
2	113	231
3	121	232
11	122	233
12	123	311
13	131	312
21	132	313
22	133	321
23	211	322
31	212	323
32	213	331
33	221	332
111	222	333

Přechodová tabulka:

Pokus o minimalizaci

	1	2	3
i → 01	02	03	04
i 02	05	06	07
i 03	08	09	07
i 04	10	09	07
i 05	11	11	12
i 06	11	13	12
i 07	14	13	12
i 08	11	15	12
i 09	16	13	12
i 10	17	15	12
i 11	11	11	11
ii ← 12	14	13	12
ii ← 13	16	13	12
ii ← 14	17	15	12
ii ← 15	11	13	12
ii ← 16	11	15	12
ii ← 17	11	11	12

	1	2	3
i → 01	i	i	i
i 02	i	i	i
i 03	i	i	i
i 04	i	i	i
i 11	i	i	i
ii 05	i	i	ii
iii 06	i	ii	ii
iii 08	i	ii	ii
iv 07	ii	ii	ii
iv 09	ii	ii	ii
iv 10	ii	ii	ii
v ← 12	ii	ii	ii
v ← 13	ii	ii	ii
v ← 14	ii	ii	ii
vi ← 15	i	ii	ii
vi ← 16	i	ii	ii
vii ← 17	i	i	ii

	1	2	3
i → 01	i	i	i
i 11	i	i	i
ii 02	ii	iii	iv
iii 03	iii	iv	iv
iv 04	iv	iv	iv
v 05	i	i	v
vi 06	i	v	v
vii 08	i	vi	v
viii 07	v	v	v
ix 09	vi	v	v
x 10	vii	vi	v
← 12	v	v	v
← 13	vi	v	v
← 14	vii	vi	v
← 15	i	v	v
← 16	i	vi	v
← 17	i	i	v

	1	2	3
i → 01	ii	iii	iv
i 11	i	i	i
ii 02			
iii 03			
iv 04			
v 05			
vi 06			
vii 08			
viii 07			
ix 09			
x 10			
← 12			
← 13			
← 14			
← 15			
← 16			
← 17			

Jak je vidět z pokusu o minimalizaci, náš navržený konečný automat už je minimalizovaný.

4. Závěr

Orientovaný graf našeho minimálního deterministického konečného automatu v normovaném tvaru, který přijímá jazyk nad abecedou {1, 2, 3} splňující kritéria: slova minimální délky 3 a tříciferný součet kterýkoliv po sobě jdoucích 3 znaků minimálně 5, může vypadat například takto:

